CIFRAS SIGNIFICATIVAS

(Pedro L. Rodríguez Porca. 2010. v3)

Son cifras significativas dun número aquelas que aportan información útil do mesmo: aquelas cifras do número que son exactas máis a última cifra da dereita que se admite que pode conter algún erro (díxito estimado ou dubidoso). O número de cifras significativas (c.s.) dunha cantidade expresa a súa precisión.

Número de cifras significativas dun número (cando está expresado correctamente)

Tódalas cifras da mantisa dun número son significativas, excepto os ceros á esquerda. Nos exemplos seguintes están sinaladas en subliñado as cifras significativas (5 en cada caso): $\underline{2305{,}0}$ s; $0{,}00\underline{30700}$ m; $-\ \underline{3{,}0507}\cdot 10^{-4}$ ºC. Os ceros terminais nun número enteiro poden ser ou non significativos: 5700 m ten certa ambigüidade; pode ter dúas, tres ou catro c.s. Eliminamos a incertidumbre expresando o dato en notación científica: $5{,}7\cdot 10^3$ (dúas c.s.), $5{,}70\cdot 10^3$ (tres c.s.) ou $5{,}700\cdot 10^3$ (catro c.s.).

Cifras significativas nas medidas directas e Cota de erro absoluto, Ea

Cando dicimos que a lonxitude dunha mesa, medida cunha cinta métrica na que a división máis pequena é o milímetro, é de 2,703 m (supoñendo que fixemos a medida axustando ata a división máis pequena do instrumento de medida), estamos informando que as cifras 2, 7 e 0 son exactas, mentres que a 3 pode conter algún erro.

Visualmente podemos axustar, se temos moito coidado ó facer a medida, ata media división. Así, na cinta métrica anterior poderiamos axustar ata medio milímetro, 0,0005 m. Pero a medida de lonxitudes supón que temos que axustar a cinta á esquerda e á dereita do obxecto que queremos medir, polo que o erro total será de 1 mm. Deste xeito debemos entender que a lonxitude de dita mesa é (2,703 ± 0,001) m, sendo 0,001 m a cota de erro absoluto. Temos logo unha certa seguridade de que o valor real da medida estará entre 2,702 e 2,704 m.

Noutras medidas nas que só hai que facer unha lectura, por exemplo nun termómetro de mercurio, nunha escala con agulla con cero, etc., podemos tomar como cota de erro absoluto a metade da división máis pequena. Así, unha lectura de temperatura que está entre 31,4 e 31,5 ºC nun termómetro de décimas, escribiriamos o resultado como (31,45 ± 0,05) ºC

Nas medidas realizadas en aparatos dixitais podemos tomar como cota de erro absoluto unha unidade do último díxito da lectura do aparato, a non ser que no manual se diga outra cousa.

Cifras significativas en constantes

A masa do electrón consultada nunha táboa ten o valor de $9{,}10953\cdot 10^{-31}$ kg. Admítese que tódalas cifras escritas son significativas, sendo as cinco primeiras exactas e a última (a cifra 3) aproximada, que por non indicar o erro nesta última cifra, enténdese que é de ± 1 nesa posición, neste caso de $0{,}00001\cdot 10^{-31}$ kg

Cifras significativas en operacións de contaxe

Cando se conta un número de entidades, o valor obtido é exacto, polo que non ten erro. Neste caso o número de cifras significativas sería infinito. Así, 1 ducia = 12 unidades: o número 12 é exacto; podería ser 12,00000...., con infinitos ceros. Outro exemplo témolo na conversión de horas a segundos: 1 hora = 3600 s.

Cifras significativas nas medidas indirectas

As medidas indirectas obtéñense a partir de cálculos con medidas directas, polo que no resultado poden aparecer cifras en exceso e estas serían cifras non significativas.

1. Exemplo básico da necesidade de utilizar correctamente as cifras significativas

Se na medida da lonxitude dunha viga obtemos $l = 5{,}607$ m (logo a división máis pequena do instrumento de medida ou a máis pequena utilizada é de mm) e a queremos dividir en catro (número exacto, polo que o número de cifras significativas sería infinito) partes iguais: $l' = \dfrac{5{,}607\ \text{m}}{4} = 1{,}40175\ \text{m}$

e posto que só podemos aproximar ata os mm porque non tería sentido obter unha nova lonxitude máis precisa que a lonxitude de partida, logo sobran os díxitos 7 e 5 (que corresponden a décimas e centésimas de mm, respectivamente), polo que o resultado correcto, unha vez redondeado, é de $\left| l' = 1{,}402\ \text{m} \right|$

2. Redondeo

Utilizaremos a seguinte regra aproximada de redondeo (a utilizada nas calculadoras): *Se o primeiro díxito pola esquerda que se elimina é maior ou igual que 5, o último díxito retido increméntase nunha unidade. En caso contrario o último díxito retido queda inalterado.*

Nos seguintes exemplos indícase o número de cifras significativas, dito número redondeado a tres cifras significativas e a súa representación en notación científica (notación en potencias de dez con mantisa cun díxito enteiro distinto de cero e signo e parte decimal se corresponde):

Número	Nº de cifras significativas	Redondeado a 3 cifras significativas	Notación científica 3 cifras signficativas
12,4170	6	12,4	$1{,}24\cdot 10^1$
−82,457	5	−82,5	$-8{,}25\cdot 10^1$
0,0001299	4	0,000130	$1{,}30\cdot 10^{-4}$
724570	ambiguo	$7{,}25\cdot 10^5$	$7{,}25\cdot 10^5$

onde pode observarse que algunhas veces a única forma de escribir correctamente un resultado é en potencias de dez.

3. Sumas e/ou restas

Supoñamos que a unha cantidade de 25,3 kg de lentellas lle sacamos 22,535 kg ¿que masa de lentellas queda?

Fixémonos nos datos, a primeira masa ten 3 cifras significativas e unha precisión de hg (foi medida cunha balanza na que a división máis pequena é de hg, ou no caso de ter divisións máis pequenas, só se utilizou a de hg). A segunda medida ten 5 cifras significativas e foi realizada cunha precisión de g (quizá demasiada precisión para unha balanza que é capaz de determinar kg).

A masa resultante será (imos facer a operación expresando as cantidades na unidade maior das dúas):

$$\begin{array}{rl} 25,3 & \text{kg} \\ -22,535 & \text{kg} \\ \hline 2,765 & \text{kg} \end{array}$$

Este resultado non é correcto por ter unha precisión de g cando nos datos hai unha masa que ten menos precisión, logo sobran cifras pola dereita, cifras que non son significativas.

Regra aproximada para determinar o número de cifras significativas en resultados finais obtidos a partir de sumas e/ou restas: *o nº de cifras decimais do resultado de sumas e restas será igual ó nº de cifras decimais do dato que menos teña (cando se expresan as cantidades na unidade maior)*.

De acordo co anterior, o resultado correcto terá unha soa cifra decimal, que unha vez redondeado, da $\boxed{m = 2{,}8 \text{ kg}}$.

4. Multiplicacións e/ou divisións

Supoñamos que unha persoa percorre unha distancia de 6,7 m empregando 4,00 s. Preténdese calcular que distancia percorre esa persoa en 3,50 s.

Os datos anteriores informan de que a distancia, con 2 cifras significativas, foi medida cunha cinta métrica na que a división máis pequena empregada é de dm. O intervalo de tempo foi medido cun cronómetro de centésimas, con 3 cifras significativas.

Calculemos a velocidade (ben "á man" ou ben coa calculadora) desta persoa, con tódalas cifras:

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{6{,}7 \text{ m}}{4{,}00 \text{ s}} = 1{,}675 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$ (velocidade que corresponde aproximadamente á de paseo dunha persoa)

Ben, agora coa velocidade anterior calculemos a distancia percorrida nos 3,50 s:

$$d = v \cdot \Delta t = 1{,}675 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3{,}50 \text{ s} = 5{,}8625 \text{ m}$$

Hai algo estraño: obtemos unha distancia percorrida cunha precisión de décimas de milímetro, cando a velocidade utilizada para o cálculo foi obtida a partir dunha distancia cunha precisión de dm. Logo, esta distancia calculada ten cifras en exceso (cifras que non serían significativas), polo que necesitamos unha regra que nos permita escribir o resultado co número adecuado de cifras significativas.

Regra aproximada para determinar o número de cifras significativas en resultados finais obtidos a partir de multiplicacións e/ou divisións: *o nº de cifras significativas do resultado de multiplicacións ou divisións será igual ó nº de cifras significativas do dato que menos teña.*

De acordo co anterior, o resultado final deberá ter dúas cifras significativas, polo que redondeando para eliminar as tres últimas que non son significativas: $\boxed{d = 5{,}9 \text{ m}}$ Se o resultado final que nos pediran fora a velocidade, esta sería v = 1,7 m/s.

5. Potenciación e/ou radicación

Ó elevar unha medida a un expoñente n ou ó extraer a raíz n, o resultado terá tantas cifras significativas como ten a medida.

6. Cifras significativas nos cálculos intermedios

Hai que facer notar que os resultados intermedios (como a velocidade neste exemplo) débense calcular cunhas dúas cifras en exceso respecto ás cifras do resultado final para que a propagación de erros por emprego de poucas cifras non repercuta no resultado final, tal como se fixo anteriormente onde a velocidade foi expresada con dúas cifras significativas en exceso. Para ver as consecuencias de non actuar así, supoñamos varios casos nos que expresamos a velocidade:

- como v = 1,67 m/s, logo a distancia percorrida nos 3,50 s sería de 5,8 m/s (unha vez redondeado a dúas cifras significativas), resultado que non estaría de acordo co encadrado máis arriba.
- como v = 1,6 m/s, neste caso a distancia sería de 5,6 m, aínda máis lonxe do resultado correcto.
- como v = 1,7 m/s (que sería o valor correcto da velocidade se esta fora o resultado final que nos pediran), a distancia sería de 5,95 m, que redondeado adecuadamente quedaría en 6,0 m, resultado que tampouco é o correcto.

7. Cifras significativas en logaritmos e antilogaritmos

Logaritmo: *O logaritmo (escrito en formato decimal) terá tantos decimais como cifras significativas ten o número*

Así, sendo o pH = – log [H^+], se [H^+] = $3{,}6 \cdot 10^{-4}$ M, logo pH = 3,44 (dous decimais, pois a concentración ten dúas c.s.).

O inverso aplícase ó antilogaritmo